La théorie de l'agence et les contrats optimaux*

Jean Magnan de Bornier †

Table des matières

Avertissement

Ce texte n'est qu'un rapide résumé d'une partie très (trop ?) technique du cours "Économie des contrats".

Il ne sert à rien d'apprendre par cœur des formules mathématiques ; en revanche, ce document sera utile, on l'espère du moins, pour ceux qui voudront essayer de rentrer quelque peu dans ce difficile sujet, ou de retrouver précisément ce qu'ils n'auraient pas eu le temps de noter en entier.

---

† Faculté d'Économie Appliquée, Université Paul Cézanne Aix-Marseille et GREQAM. Courrier électronique: **jean.magnanb@univ.u-3mrs.fr**

1 Les asymétries d'information et leur impact dans la vie économique

La question de la qualité des biens est une question mettant en évidence la nécessité - selon des techniques variables - d'une dimension organisationnelle de certains marchés.

1.1 Le marché des tacots

Un des modèles les plus classiques est celui d'Akerlof . Il prend comme exemple le marché des voitures d'occasion, sur lequel il estime qu'il y a de "bonnes" voitures et d'autres qui sont des tacots ("lemons") plutôt indésirables. Mais ce niveau de qualité est inobservable, et il en découle une *asymétrie d'information* entre vendeurs et acheteurs : les premiers savent quelle est la qualité de ce qu'ils veulent vendre, alors que les seconds se verront toujours dire que l'automobile qu'ils envisagent d'acquérir est "en parfait état". Dans ces conditions les acheteurs doivent considérer que leur achat ressemble à une loterie : si la probabilité d'acheter une bonne voiture est b et celle d'acheter un tacot est de $t = 1 - b$, et si la valeur que les agents attribuent aux deux types de voitures est respectivement v_b et $v_t < v_b$, un acheteur rationnel (et neutre par rapport au risque) n'offrira que $bv_b + tv_t$ pour l'achat d'une voiture d'occasion, ce qui est inférieur à la valeur d'une bonne voiture. Dans ces conditions, les propriétaires de bonnes voitures préfèreront les garder que de les vendre à un tel prix, et le marché de l'automobile d'occasion ne comportera que des tacots. Le défaut d'information sur la qualité **détruit** le marché des bonnes voitures d'occasion. C'est le phénomène appelé *sélection adverse*, puisqu'alors le marché semble sélectionner les seuls biens de mauvaise qualité.

La question de la sélection adverse ne se limite évidemment pas au marché de l'automobile d'occasion. Akerlof a montré que l'assurance-maladie des personnes agées est rendue quasiment impossible par ce même mécanisme (les personnes en mauvaise santé ne révèlent pas leur état, rendant ainsi trop chère l'assurance-maladie pour celles qui sont bien-portantes. De même il explique les taux d'intérêt très élevés dans certains pays en développement par l'impossibilité de discriminer entre les bons et les mauvais débiteurs.

C'est l'organisation, privée ou publique, qui peut remédier à ce problème, et permettre à ce marché d'exister pleinement. La question est de savoir comment l'information sur la qualité peut être révélée malgré tout, soit en incitant les vendeurs à révéler honnètement cette qualité, soit en déterminant d'autres méthodes impliquant par exemple des experts.

Les pouvoirs publics peuvent décider de mettre en place un système de visite obligatoire avant achat, qui déboucherait par exemple soit sur une diffusion de l'information envers les acheteurs potentiels, soit sur l'interdiction de vendre les tacots (auquel cas un marché serait aussi détruit). Mais les agents privés peuvent très bien mettre en place un système de certification de la qualité : les garages par exemple proposent des visites permettant de déterminer la qualité du bien avant transaction.

L'organisation est nécessaire mais sa forme n'est pas déterminée *a priori*.

1.2 La théorie du signal

En réponse au problème posé par Akerlof, SPENCE élabore dès 1973 la théorie du signal. La question de base qui est posée est celle de savoir comment des travailleurs plus aptes que la moyenne peuvent faire pour se distinguer des autres sur le marché du travail, c'est-à-dire pour informer les employeurs de leurs talents.

Les hypothèses de ce modèle complexe sont les suivantes : les travailleurs potentiels se divisent en deux catégories, selon leur productivité : les plus aptes ont une productivité p_H, et les moins aptes, p_L. Le niveau d'éducation est perçu *exclusivement* comme un moyen d'annoncer sa compétence (les études ne rendent pas plus productif), et le coût d'une éducation de niveau e est $c(e, p)$, avec $c(0, p) = 0$, et

$$\frac{\partial c(e,p)}{\partial e} > 0; \qquad \frac{\partial c(e,p)}{\partial p} < 0; \qquad \frac{\partial c(e,p)}{\partial e \partial p} > 0$$

La première inégalité signifie que plus le coût de l'éducation grandit avec le niveau d'éducation choisi, et la seconde que pour un niveau d'éducation donné, le coût de l'éducation est plus lourd pour les moins aptes que pour les plus aptes (!). Le salaire gagné par le travailleur i étant w_i, il maximise son utilité qui est $u_i(w_i, e|p) = w_i - c(e, p)$ quand e et p sont ses caractéristiques. Le niveau d'éducation est choisi de manière à maximiser l'utilité, cette maximisation intervient donc au tout début des études qu'il entreprendra éventuellement.

Les firmes ont elles aussi une stratégie dans ce modèle, stratégie qui dépend de leurs croyances

1. quant aux aptitudes d'un travailleur qui a un niveau d'éducation donné e (plus e est grand, plus il y a de chances qu'elle le classe dans les plus productifs) ;
2. quant aux aptitudes d'un travailleur à qui une autre firme a offert un salaire donné w (plus w est grand, plus il y a de chances qu'elle le classe dans les plus productifs)

On n'entrera pas dans les détails de la modélisation, mais on décrira quelques-unes de ses conclusions.

Deux types d'équilibres peuvent se présenter dans ce jeu : des "équilibres séparateurs" et des "équilibres mélangeants". Dans le premier cas, les plus productifs choisissent tous un certain niveau d'éducation non-nul, alors que les moins productifs choisissent $e = 0$; dans ce cas, chaque travailleur sera rémunéré à sa productivité (p_L ou p_H). Dans le cas des équilibres mélangeants, le niveau d'éducation ne permet pas de renseigner sur la qualité des travailleurs, et tous choisissent le même niveau d'éducation ; le salaire sera égal à l'espérance de productivité des travailleurs.

Le fait qu'il y a deux types d'équilibres montre que l'émission de signaux sur la qualité d'un produit par le vendeur n'est pas toujours un mécanisme suffisant pour diffuser l'information[1]. Mais comme on l'a vu plus haut, il y a d'autres solutions à ce problème ; cependant, rien n'assure que cette information sur la qualité peut en toute circonstance être diffusée.

1.3 Les asymétries d'information et les contrats : une première approche

Les asymétries d'information qui apparaissent *après* la signature des contrats – par opposition avec le cas de la sélection adverse – sont classées en deux catégories :

– Elles concernent les **actions** d'un des signataires du contrat, qui ne sont connues que de lui ; l'autre agent ne peut vérifier qu'il fait bien ce à quoi il s'est engagé ; on parle de *hasard moral*, ou encore *aléa moral*.
– Elles concernent des **informations** que l'un des agents connaît mais qu'il ne révèlera pas et qui sont importantes pour l'éxécution du contrat. On utilise le terme d'*information cachée*, comme dans le cas où la sélection adverse se produit.

Celui des agents qui est la "victime" de l'asymétrie d'information est amené, dans la théorie, à chercher à définir le contrat de sorte à limiter les conséquences de l'asymétrie. En prenant cette initiative il apparaît comme le "principal" du contrat, l'autre étant un simple "agent", quoique la relation entre les deux agents ne soit pas nécessairement une relation d'autorité.

Voici quelques exemples :

Domaine	Principal	Agent
Direction d'entreprise	Propriétaire	Directeur salarié
Relations de travail	Employeur	Employé
Contrat d'assurance	Assureur	Assuré
Planification	Plan	Firme
Relations verticales	Producteur	Détaillants

Tab. 1 – Quelques exemples de relation principal-agent

1.4 Attitude face au risque

Il est essentiel ici de comprendre la formalisation de l'attitude des agents économiques face au risque. Quand un agent doit choisir entre deux ou plusieurs actions dont l'une au moins comporte des aléas, l'attitude face au risque importe ; elle peut être une attitude neutre (neutralité au risque), d'aversion ou encore d'amour du risque. Pour comprendre ces attitudes on prendra l'exemple simplifié d'un choix entre

[1]Rothschild et Stiglitz ont cherché à améliorer ce modèle en attribuant aux firmes un rôle moins passif ; c'est la théorie du screening.

deux gains : un *gain sûr* R et une "loterie" $\mathcal{L} = (R_1, R_2, \alpha_1, \alpha_2)$. Cette loterie signifie que l'agent gagnera R_1 avec une probabilité α_1 et R_2 avec une probabilité α_2. Le *revenu espéré* de cette loterie est

$$R' = \alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2$$

Supposons maintenant que le revenu certain R et le revenu espéré de la loterie $\mathcal{L}$, R', sont égaux.

- Si l'agent est indifférent entre les deux branches de son choix, il est **neutre au risque**.
- Si l'agent préfère le revenu certain à la loterie, il est "risque-adverse" – un horrible anglicisme qui n'a été supplanté par aucune expression française, "risquophobe" n'étant guère élégant ; il vaudrait mieux dire "allergique au risque" ou "réfractaire au risque". Bref, il n'aime pas prendre des risques.
- Enfin, s'il préfère la loterie au revenu certain, il est amateur de risque.

On exprime cela de manière plus précise avec la fonction d'utilité espérée.

Deux définitions

- L'**utilité espérée** (telle qu'elle a été définie par Von Neumann et Morgenstern) est la valeur que l'agent économique attribue à une loterie quelconque, $U(\mathcal{L})$, et cette utilité dépend des revenus et des probabilités. Elle est déduite de l'utilité attribuée à chacun des revenus possibles, affectée des probabilités respectives de ces revenus :

$$U(\mathcal{L}) = \alpha_1 U(R_1) + \alpha_2 U(R_2)$$

  C'est la "propriété d'utilité espérée"
- L'**équivalent-certain** d'une loterie $E_C(\mathcal{L})$ est la valeur espérée du revenu que cette loterie peut apporter, c'est-à-dire

$$E_C(\mathcal{L}) = \alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2$$

L'**aversion pour le risque** se définit de manière générale par le fait que l'utilité espérée d'une loterie est inférieure à l'utilité de l'équivalent-certain.

$$\alpha_1 U(R_1) + \alpha_2 U(R_2) \quad \leq \quad U(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)$$

La fonction d'utilité est *concave.*

A contrario, on définit la fonction d'utilité espérée d'un agent **aimant le risque** comme satisfaisant à :

$$\alpha_1 U(R_1) + \alpha_2 U(R_2) \quad \geq \quad U(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)$$

La fonction d'utilité est *convexe.*

La situation de **neutralité au risque** qui correspond à

$$\alpha_1 U(R_1) + \alpha_2 U(R_2) \quad = \quad U(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)$$

La fonction d'utilité est *linéaire.*

2 Un modèle de contrat incitatif avec aléa moral

2.1 Le problème d'agence

Soit un propriétaire d'entreprise qui cherche à embaucher un manager. L'entreprise réalisera un profit brut π, fonction des "actions" du manager e. Par action on peut désigner une variable unique qui sera *le niveau d'effort* du manager ($e \in \mathbb{R}$), ou une variable composite plus complexe, e étant alors un vecteur dans $\mathbb{R}^m$:

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix}$$

La relation effort-profit Le profit π dépend de e mais d'une manière qui n'est pas connue des acteurs ; dans le cas contraire il suffirait d'observer π pour connaître le niveau d'effort, et il n'y aurait pas d'asymétrie d'information.

– On peut écrire cette relation

$$\pi = f(e, \varepsilon)$$

où ε est une variable aléatoire,

– Alternativement, on peut dire que

$$f(\pi|e)$$

est la fonction de densité conditionnelle reliant le profit et le niveau d'effort. On simplifiera l'analyse en supposant que le niveau d'effort est un scalaire pouvant prendre deux valeurs, e_H (effort intense) et e_L (faible effort).

Les fonctions de distribution de π conditionnel à e sont supposées telles que :

$$F(\pi|e_H) \geq F(\pi|e_L), \forall \pi$$

avec au moins une valeur de π donnant une inégalité stricte.

Cela signifie simplement que le niveau attendu des profits quand $e = e_H$ est plus grand que quand $e = e_L$, les profits espérés sont d'autant plus grands que l'effort du manager est grand. En désignant par $E()$ la fonction d'utilité espérée, on écrira donc :

$$E(\pi(w, e_H)) \geq E(\pi(w, e_L))$$

2.1.1 Stratégie du manager (agent)

On suppose que le manager maximise une fonction d'utilité $u(w, e)$ qui dépend positivement du salaire w et négativement du niveau d'effort :

$$\frac{\partial u}{\partial w} > 0$$

$$u(\widehat{w}, e_H) < u(\widehat{w}, e_L), \forall \widehat{w}$$

Un cas particulier souvent utilisé est celui d'une fonction d'utilité additive :

$$u(w, e) = v(w) - g(e)$$

On estime généralement que cette utilité ne peut pas descendre au dessous d'un certain niveau, qui résulte par exemple de l'existence d'un marché concurrentiel pour les managers, noté $\bar{u}$; le problème de maximisation du manager peut s'écrire :

$$\begin{aligned} Max \quad & u(w, e) = v(w) - g(e) \\ \text{tel que} \quad & u(w, e) \geq \bar{u} \end{aligned}$$

2.1.2 Stratégie du propriétaire

Le propriétaire cherche à maximiser son surplus espéré $E(S)$, défini comme l'espérance mathématique de la différence entre le profit brut et la rémunération du manager :

$$E(S) = \underset{w,e}{E}(\pi(w, e) - w)$$

Un **contrat** se définit par un *schéma de rémunération* $w(\pi)$ et un *niveau d'effort* e :

$$C[w(\pi), e]$$

Le propriétaire cherche donc le contrat qui permettra de maximiser $E(S)$ tout en s'assurant que le manager en accepte les conditions, ce qui s'appelle la *contrainte de rationalité individuelle* ou encore la *contrainte de participation* :

$$u(w(\pi), e) \geq \bar{u}$$

Le propriétaire devra donc déterminer $w(\pi)$ et e de sorte à réaliser :

$$\begin{aligned} Max \quad & E(S) = \underset{w,e}{E}(\pi(w(\pi), e) - w(\pi)) \\ \text{tel que} \quad & u(w(\pi), e) \geq \bar{u} \end{aligned}$$

2.2 Le cas où l'effort est observable

On commencera par examiner le cas où il n'y a pas d'asymétrie d'information, à titre de référence.

Comme le contrat spécifie le niveau d'effort et que le profit dépend de ce niveau et de variables aléatoires, le profit brut ne dépend que du niveau d'effort (pas du salaire) et la maximisation du revenu du propriétaire est équivalente à la minimisation du salaire $w(\pi)$. On peut dès lors réécrire le programme de définition du contrat optimal ainsi :

$$\begin{aligned} Min \quad & w(\pi) \\ \text{tel que} \quad u(w(\pi), e) & \geq \bar{u} \\ \text{ou encore} \quad Min \quad & w(\pi) \\ \text{tel que} \quad E(v(w(\pi)) - g(e)) & \geq \bar{u} \end{aligned}$$

On peut alors raisonner en deux étapes :

1. Pour chaque niveau d'effort possible, déterminer d'abord le schéma de rémunération $w(\pi)$ le meilleur ;
2. puis choisir le niveau d'effort qu'on écrira dans le contrat en fonction du résultat de l'étape (1), e_H ou e_L.

Étape 1 : La valeur de l'effort est donnée ; le profit en résulte de manière univoque. Il n'y a qu'à maximiser l'utilité du profit net sous la contrainte de participation :

$$\begin{aligned} & Min \underset{w(\pi)}{E} (w(\pi)) \\ \text{tel que} \quad & E(v(w(\pi)) - g(e)) \geq \bar{u} \end{aligned}$$

La condition du premier ordre correspondant à ce problème est que

$$\frac{1}{v'(w(\pi))} = \gamma$$

où γ est le multiplicateur de Lagrange associé au problème. Si $v'(w)$ est une fonction décroissante, une seule valeur w maximise le revenu net du propriétaire. Cela signifie que $w(\pi)$ est une constante, c'est-à-dire que **la schéma de rémunération optimal est un salaire fixe**.

Or on voit que cette fonction d'utilité du revenu, avec utilité marginale décroissante du revenu est concave, c'est-à-dire que *le manager est allergique au risque – "risque-adverse"*.

Dans ce cas, le propriétaire offrira au manager, compte-tenu du caractère compétitif du marché des managers, un salaire w_{e^*} lui assurant une utilité égale à son utilité de réserve :

$$v(w_{e^*}) - g(e) = \bar{u}$$

Cette solution implique que le manager sera indifférent au niveau d'effort qui sera spécifié dans ce contrat, puisque son niveau d'utilité est déterminé.

Si le manager est neutre envers le risque, alors (par exemple) $v(w) = w$ et $v'(w) = 1$ et l'expression ci-dessus est toujours vraie, quel que soit le schéma de rétribution.

Étape 2 : Le choix du niveau d'effort peut se faire ensuite. Pour gagner plus le propriétaire doit rémunérer son manager de manière plus large, en fonction de sa désutilité $g(e)$. Selon les paramètres du problème le niveau d'effort élevé ou faible sera choisi (ce qui est en jeu est d'une part le salaire additionnel nécessaire pour compenser la variation d'utilité due à une variation du niveau d'effort, d'autre part la variation de profit due à la même variation du niveau d'effort.)

2.3 Le cas où l'effort n'est pas observable

On ne peut alors relier la rémunération qu'au *profit observé* puisqu'on n'observera pas l'effort lui-même. Étudions d'abord le cas d'un *manager neutre eu risque.*

Manager neutre au risque La fonction d'utilité du revenu peut s'écrire $v(w) = w$. Le propriétaire résoud un rpogramme du type :

$$\begin{aligned} Max \quad & E(\pi(w,e) - w) \\ \text{tel que} \quad & w - g(e) \geq \bar{u} \\ \text{ou encore} \quad & w \geq \bar{u} + g(e) \end{aligned}$$

Ceci revient à maximiser la fonction

$$E(\pi(w,e) - \bar{u} - g(e))$$

On obtiendra comme valeur optimale de e soit e_L soit e_H.

On peut alors formuler la proposition suivante :

PROPOSITION A : *Si le manager est neutre au risque, un contrat optimal engendre le même choix d'effort et la même utilité pour les deux agents que quand l'effort est observable.*

Pour montrer cette proposition, on suppose que le propriétaire offre un contrat $w = \pi - \alpha$, où α est une *somme forfaitaire* à déterminer. Le propriétaire abandonne tous ses profits au manager contre le versement de cette somme.

Si le manager accepte cette proposition, il choisira alors lui-même son niveau d'effort en vue de maximiser son utilité, qui est maintenant :

$$E(w(\pi) - g(e)) = E(\pi - \alpha - g(e))$$

et qui devra évidemment être au moins égale à $\bar{u}$. Cette fonction, à la constante près, est la même que la fonction que le propriétaire maximise dans le problème précédent :

$$E(\pi(w,e) - \bar{u} - g(e))$$

Ainsi, la valeur de e qui maximise le revenu du propriétaire dans le cas observable permet de maximiser l'utilité du manager ici. Le manager choisira donc le même niveau d'effort que si celui-ci était observable, sous contrainte de l'utilité de réserve. Appelons α^* la valeur de la somme forfaitaire qui satisfait exactement cette contrainte de participation. On obtient pour le revenu du propriétaire :

$$\alpha^* = E(\pi(w,e) - \bar{u} - g(e))$$

ce qui est le revenu qu'il obtenait dans le cas observable.

Manager réfractaire au risque Quand le manager est réfractaire au risque, les incitations à un effort élevé ne peuvent être mises en place qu'en le soumettant aux aléas liés au profit. On raisonne encore en deux étapes : maximisation pour chaque niveau donné de e ; puis choix de e.

La maximisation du profit est équivalente à la minimisation du revenu du manager, avec *deux* contraintes :

$$\begin{aligned} & MinE(w(\pi)) \quad \text{tel que :} \\ E(v(w(\pi)) - g(e)) \geq \bar{u} & \quad \text{(contrainte de participation)} \quad \text{et :} \\ e \quad \text{maximise} \quad \underset{e}{E}(v(w(\pi)) - g(e)) & \quad \text{(contrainte d'incitation)} \end{aligned}$$

La nouvelle contrainte (d'incitation) signifie qu'il faut que le manager choisisse de lui-même le niveau d'effort désiré par le propriétaire, pour que le contrat soit optimal.

1. Le propriétaire veut un niveau d'effort bas qui maximisera son revenu. Il n'a alors qu'à offrir un salaire w^* équivalent à celui qu'il offrirait en cas d'effort observable, puisqu'ici l'effort fourni ne divergera pas de l'effort demandé :

   $$w^* = v^{-1}(\bar{u} + g(e_L))$$

   En conséquence le manager choisit e_L qui minimise sa désutilité et obtient l'utilité de réserve.
2. Le propriétaire maximise son revenu si le niveau d'effort est élevé. La contrainte d'incitation exige maintenant que

   $$E(v(w(\pi, e_H))) - g(e_H) \geq E(v(w(\pi, e_L))) - g(e_L)$$

   Le problème de maximisation du revenu du propriétaire aboutit à deux multiplicateurs de Lagrange, γ et μ, et la condition du premier ordre est :

   $$\frac{1}{v'(w(\pi, e))} = \gamma + \mu\{1 - \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}\}$$

Dans un tel modèle, le salaire est bien fonction des profits, mais la variation n'est pas nécessairemrnt monotone (il peut arriver que le salaire diminue quand le profit augmente, ce qui semble paradoxal).

Il sera très difficile au propriétaire d'imposer un effort élevé quand il le souhaite, alors qu'il lui est facile d'obtenir du manager l'effort le plus faible quand c'est ce qui lui convient le mieux.

Dans des situations où e_H serait choisi en cas d'observabilité, l'inobservabilité de l'effort amènera parfois à choisir plutôt e_L, ce qui constitue une distorsion en termes d'efficacité économique.

2.3.1 Quelques directions d'extension du modèle

On peut résumer rapidement quelques généralisations ou extension du modèle de base ci-dessus :

– Holmström(1982) d'un côté et Green et Sockey(1983) de l'autre ont imaginé un propriétaire qui recueille de l'information sur le niveau d'effort en comparant plusieurs managers (modèles pluri-agents)

– Bernheim et Whinston(1986) ont développé des modèles pluri-principaux.
– Dye(1986) a spécifié un modèle où l'effort serait observable moyennant un coût pour le propriétaire
– Rogerson(1985) et Allen(1985) ont modélisé des situations de contrats répétés périodiquement (jeux répétés)
– (etc...)

3 Un modèle de contrat incitatif avec information cachée

Dans le cas d'information cachée, l'agent connaît après signature du contrat, dans la période d'exécution, une information qui a un impact sur l'exécution, et que le principal ne peut observer. Il s'agit donc d'une information concernant les *états du monde* qui se réalisent ; il peut s'agir par exemple :

– De la fonction de coût, si l'agent est un producteur alors que le principal a un résultat qui dépend de cette fonction : le principal peut être par exemple :
  1. Le Gosplan (Bureau central de planification soviétique) cherchant à réaliser la plus forte production ;
  2. Le propriétaire d'une entreprise qui a confié la gestion de son bien à un manager ;
  3. Une agence de réglementation cherchant à empêcher l'agent qui est un monopole d'abuser de son pouvoir de monopole.
– De la fonction de demande, si par exemple l'agent est un détaillant des produits fabriqués par le principal, qui ne connaît pas le marché final.
– etc...

3.1 Caractérisation du modèle

On imagine ici encore une relation propriétaire-manager ; le manager produit un effort observable e, et le profit est lié de manière déterministe au niveau d'effort ($\pi(e)$) ; il est croissant avec e, la productivité marginale de l'effort étant décroissante :

$$\frac{\partial\pi}{\partial e} > 0; \frac{\partial^2\pi}{\partial e^2} < 0$$

Le propriétaire cherche à maximiser son revenu $\pi(e)-w$, et w le manager maximise quant à lui son utilité

$$u(w, e, \theta) = v(w - g(e, \theta))$$

où g représente la désutilité de l'effort, exprimée en termes monétaire, c'est-à-dire un coût de production, et θ désigne l'état du monde qui se réalise et n'est observable que par le manager. Le coût est bien sûr croissant avec l'effort, et décroit avec la mesure de l'état du monde :

$$\frac{\partial g}{\partial e} > 0; \frac{\partial g}{\partial\theta} < 0$$

Cette dernière hypothèse signifie que la variable désignant l'état du monde prend une valeur plus élevée quand l'état du monde rend l'effort du manager plus facile à supporter.

On suppose pour simplifier l'exposition qu'il n'y a que deux états du monde possibles, θ_H et θ_L, avec $\theta_H > \theta_L$. On aura donc un coût moindre avec θ_H, pour un même niveau d'effort.Ces états du monde apparaissent avec des probabilités qui sont respectivement λ_H et λ_L ($\lambda_H + \lambda_L = 1$).

Le propriétaire est neutre au risque (ce qu'il maximise est son revenu espéré), le manager est quant à lui réfractaire au risque.

Le problème ici est de déterminer quel contrat est la meilleure réponse en fonction de l'état du monde :

État du monde	θ_H	θ_L
	$\downarrow$	$\downarrow$
Contrat	(w_H, e_H)	(w_L, e_L)

TAB. 2 – Contrats et états du monde

3.1.1 L'état du monde est observable

Que se passe-t-il en l'absence d'asymétrie d'information ? Les deux agents pourront trouver un contrat, défini par les deux variables de rémunération et d'effort, auxquelles seront assignées des valeurs dépendant de l'état du monde.

Regardons les fonctions-objectif des deux agents.

La fonction du propriétaire Il maximise son revenu net, qui est la différence entre le profit $\pi(e)$ et la rémunération du manager $w(e)$:

$$\lambda_H(\pi(e_H) - w_H) + \lambda_L(\pi(e_L) - w_L)$$

C'est le revenu espéré.

La fonction du manager Le manager maximise son utilité $u(w)$, et comme il est supposé réfractaire au risque, elle n'est pas identique à son revenu. On supposera ici qu'il est *absolument réfractaire au risque*, ce qui signifie qu'il ne veut pas jouer sur le niveau de son utilité : sa contrainte ne porte pas sur l'espérance d'utilité mais sur l'utilité elle-même, ce qui explique que la contrainte de participation est écrite pour chaque niveau de la variable θ (voir ci-dessous).

Formulation du problème Écrivons ces éléments sous forme d'un problème de maximisation où le manager est source de contraintes :

$$\mathbf{MAX}\lambda_H(\pi(e_H) - w_H) + \lambda_L(\pi(e_L) - w_L)$$
$$\text{tel que :}\lambda_H[v(w_H - g(e_H, \theta_H))] + \lambda_L[v(w_L - g(e_L, \theta_L))] \geq \bar{u}$$

La deuxième ligne de ce système exprime la contrainte de participation déjà rencontrée plus haut. La solution de ce système est constituée de deux couples de valeurs $(w_H^*, e_H^*), (w_L^*, e_L^*)$ (les variables à étoiles ont leur valeur optimale), qui sont tels que *l'utilité marginale du manager est égalisée sur les deux états*, c'est-à-dire que

$$v'(w_H^* - g(e_H^*, \theta_H)) = v'(w_L^* - g(e_L^*, \theta_L))$$

Cela implique que l'utilité du manager aura dans les deux cas la valeur $\bar{u}$.

En ce qui concerne le niveau d'effort, il sera tel à l'équilibre que *le bénéfice additionnel de l'effort est exactement égal à sa désutilité additionnelle.*

Dans la mesure où l'attitude des deux agents envers le risque n'est pas identique, on voit que dans cet équilibre le propriétaire assume la totalité du risque (le manager est assuré contre les variations de son utilité).

3.1.2 État du monde inobservable

Quand le propriétaire ne peut observer la valeur de θ, le manager n'a pas nécessairement intérêt à la lui révéler, surtout dans le cas où c'est le meilleur état du monde qui est présent. Mais ce mensonge qui aboutira normalement à abaisser le niveau d'effort du manager a un effet négatif sur le profit et dons le revenu du propriétaire. La question est donc pour le propriétaire de savoir comment le schéma de rémunération du manager devrait être fixé.

Supposons un mécanisme prévoyant que dès qu'il connaît la valeur de θ, le manager l'annonce et produit le niveau d'effort prévu pour cet état du monde et gagne le salaire prévu pour cet état du monde. Le propriétaire s'attendant au mensonge possible doit prévoir de rendre plus intéressante pour le manager la révélation du vrai état du monde que le mensonge : c'est ce qu'on appelle la *contrainte de révélation* ou parfois d'*auto-sélection*. Cette contrainte peut être formulée et ajoutée à la contrainte de participation ci-dessus. Voici le système qu'on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\textbf{MAX} \quad \lambda_H(\pi(e_H) - w_H) + \lambda_L(\pi(e_L) - w_L) \\
\text{tel que (contrainte de participation) :} \\
v(w_H - g(e_H, \theta_H)) \geq \bar{u} \\
v(w_L - g(e_L, \theta_L)) \geq \bar{u} \\
\text{et (contrainte de révélation) :} \\
w_H - g(e_H, \theta_H) \geq w_L - g(e_L, \theta_H) \\
w_L - g(e_L, \theta_L) \geq w_H - g(e_H, \theta_L)
\end{aligned}$$

Quand un contrat remplissant ces contraintes $((\tilde{w_H}, \tilde{e_H}), (\tilde{w_L}, \tilde{e_L}))$ est trouvé , l'effort optimal ne dépassera jamais ce qu'il est dans le cas observable dans l'état θ_L, et sera le même à ce qu'il est dans le cas observale dans l'état θ_H :

$$\tilde{e_L} \leq e_L^* \quad \tilde{e_H} = e_H^*$$

Ainsi, dans les cas θ_L, il est probable que la solution optimale –celle d'un état observable – ne sera pas atteinte. Il y a distorsion par rapport à l'optimum décrit plus haut. On peut caractériser cet optimum en disant que le propriétaire est poussé à demander un niveau d'effort plus faible que le niveau optimal parce qu'il aura un salaire plus faible à régler ; mais le manager n'est plus assuré efficacement, son utilité peut être supérieure à $\bar{u}$ dans l'état θ_L.

Conclusion

La formulation mathématique d'un problème de contrat optimal permet de caractériser les solutions qui existent mais ne leur donne pas de forme concrète. La théorie normative de l'agence repose sur le **Principe de révélation**, selon lequel *tout résultat d'un contrat dans une organisation avec information décentralisée (donc éventuellement information privée) peut être mis en place par un mécanisme simple (non défini) par lequel chaque agent enverrait des messages contenant des informations privées à un médiateur unique (et bienveillant) qui en retour conseillerait aux agents ce qu'ils doivent faire.* À l'équilibre les messages seraient vrais grâce à des contraintes d'incitation et à l'explicitation des objectifs de l'organisation.

Cette approche très générale ne dit rien sur les mécanismes concrets permettant de réaliser les objectifs. Elle permet cependant de voir que de tels mécanismes sont extrèmement nombreux. La TNA parle d'un “Théorème de Non-Pertinence” (ou Irrelevance Theorem), qui signifie qu'au fond les institutions concrètes auraient peu d'importance, pourvu qu'on sache déterminer les états d'équilibre.

On voit la distance existant entre la TNA et la théorie néo-institutionnaliste de Williamson.